

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 10 класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Образовательный комплекс «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»  
Старооскольского городского округа

**Четвинина Вадима Руслановича**  
(ФИО полностью)

Педагоги-наставники:

учитель математики

МАОУ «ОК «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»  
(наименование ОУ)

**Белая Ирина Вячеславна**  
(ФИО полностью)

учитель математики

МАОУ «ОК «Лицей №3» имени С.П. Угаровой»  
(наименование ОУ)

**Чернышова Елена Борисовна**  
(ФИО полностью)

10.2

10-40

Пусть  $x$  км/ч - скорость Алексея,  $y$  км/ч - скорость Василия. За полчаса Алексей проехал  $0,5x$  км, а Василий -  $0,5y$  км. Алексей получил дополнительное время  $\frac{0,5x}{60}$  ч, а Василий -  $\frac{0,5y}{60}$  ч. Зная, что за первые полчаса Василий проехал на 6 км больше Алексея, а ~~за~~ по окончании заезда на 11 км больше, и что их скорости на протяжении всей заезда были постоянными, составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,5y - 0,5x = 6 \cdot 2 \\ \frac{0,5y}{60} - \frac{0,5x}{60} = 11 \cdot \frac{1}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 12 \\ 0,5y^2 - 0,5x^2 = 660 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 12 \\ y^2 - x^2 = 1320 \end{cases}$$

Методом подстановки решим второе уравнение системы:

$$(x+12)^2 - x^2 = 1320$$

$$x^2 + 24x + 144 - x^2 = 1320$$

$$24x = 1176$$

$$x = 49 \text{ км/ч} - \text{скорость Алексея}$$

$$y = x + 12 = 49 + 12 = 61 \text{ км/ч} - \text{скорость Василия}$$

Ответ: скорость Алексея 49 км/ч; скорость Василия 61 км/ч

10.3

$$(x^2 + 10x + q)(x^2 + 10x + q + 13) = 0$$

$$x^2 + 10x + q = 0 \text{ или } x^2 + 10x + q + 13 = 0$$

$$D = 100 - 4q = 4(25 - q)$$

$$x_1 = \frac{-10 + \sqrt{4(25 - q)}}{2} = -5 + \sqrt{25 - q}$$

$$x_2 = \frac{-10 - \sqrt{4(25 - q)}}{2} = -5 - \sqrt{25 - q}$$

$$D = 100 - 4(q + 13) = 100 - 4q - 52 = 48 - 4q = 4(12 - q)$$

$$x_3 = \frac{-10 + \sqrt{4(12 - q)}}{2} = \sqrt{12 - q} - 5$$

$$x_4 = \frac{-10 - \sqrt{4(12 - q)}}{2} = -5 - \sqrt{12 - q}$$

Введем, при каких  $q$  корни уравнения имеют смысл:

$$\begin{cases} 25 - q \geq 0 \\ 12 - q \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q \leq 25 \\ q \leq 12 \end{cases}$$

Итак, корни уравнения имеют смысл при  $q \leq 12$

Подставив вместо  $q$  значение 0, упорядочим корни в порядке возрастания, получим:  $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$ . Т.е. при  $d > 0$  первый член арифметической прогрессии будет равен  $x_2 = -5 - \sqrt{25 - q}$ . Значит, при  $d < 0$  первый член арифметической прогрессии будет равен  $x_1 = -5 + \sqrt{25 - q}$ .

10.4

10-40

Дано:

Решение

ABCD вписанный  
четырёхугольник

$$AB = 10$$

$$BC = CD = 25$$

$$AD = 50$$

$$AC \cap BD = N$$

$$\angle A + \angle D < 180^\circ$$

$$\angle A + \angle D = ?$$

1. Рассмотрим  $\triangle BCD$ .

$BC = CD$  по у.с.  $\Rightarrow \triangle BCD$

равнобедренный  $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB$

2.  $\angle CAD = \angle CBD$ , т.к. они опираются

на одну дугу  $\overset{\frown}{CD}$

Аналогично  $\angle BAC = \angle BDC$  (опираются

на  $\overset{\frown}{BC}$ );  $\angle BDA = \angle BCA$  (опираются

на  $\overset{\frown}{AB}$ );  $\angle ABD = \angle ACD$  (опираются

на  $\overset{\frown}{AD}$ )

3. Рассмотрим  $\triangle NAD$  и  $\triangle BNC$ .  ~~$\angle CAD = \angle CBD$~~

$$\angle NAD = \angle NBC, \angle NDA = \angle BCN \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle NAD \sim \triangle BNC$  по 2 углам.

4.  ~~$\angle NAB$~~   $\triangle BND$   $\angle NAD = \angle NBA \Rightarrow AN$  - биссектриса  $\angle A$ . По св. биссектрисы

$$\frac{ND}{AD} = \frac{NB}{AB} \Leftrightarrow \frac{ND}{50} = \frac{NB}{10} \Leftrightarrow \frac{NB}{ND} = \frac{1}{5}$$

5.  $\angle A = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2}$  (вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается)

Аналогично  $\angle D = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$

$$\angle A + \angle D < 180^\circ \text{ по у.с., значит, } \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} < 180^\circ$$

$$\frac{\overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{AC}}{2} < 180^\circ$$

$$\overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{AC} < 360^\circ$$

$\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD}$ ,  $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{AD}$ . Дважды брая вписёт дугу  $\overset{\frown}{BC}$  некорректно. Поэтому при подсчёте нужно учесть только одну раз

$$\angle A + \angle D = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{CD} = 360^\circ - \overset{\frown}{AD} = 360^\circ - 2\angle ABD$$

$$\angle A + \angle D = 180^\circ - \angle ABD \Leftrightarrow \angle A + \angle D = 180^\circ - \angle ACD$$



N	Вамп	Записи	Р.У.О
1	0	<del>С.С.С.</del> С.С.С.	Керимов И.И. Медведев И.В.
2	3	<del>С.С.С.</del> С.С.С.	Белов И.В. Лобачев И.В.
3	2	<del>С.С.С.</del> С.С.С.	Медведев И.И. Медведев И.И.
4	2	<del>С.С.С.</del> С.С.С.	Медведев И.И. Медведев И.И.
5	0	<del>С.С.С.</del> С.С.С.	Медведев И.И. Медведев И.И.
итог	7		